

Fuzzy logika

Cílem kapitoly je seznámit se s vícestavovou logikou – fuzzy logikou a zvládnout jednoduché výpočty. Proto je kladen důraz na souvislosti s klasickou dvoustavovou logikou, která je studentům známa z předchozích kurzů.

Klíčové pojmy:

Aristotelská logika, báze poznatků, CENTROID, defuzzifikace, fuzzifikace, fuzzy expertní systémy, Fuzzy logika, high, kernel, logické funkce, logické operace, low, MIN, MAX, product, stupeň příslušnosti, SUM, vícehodnotová logika, vágnost, zobecňování.

Definice Fuzzy logiky

Fuzzy logika slouží obecně (na rozdíl od aristotelské - dvoustavové logiky) k definování stavů, které nemají ostře vymezené hranice. Pro určitou vstupní hodnotu mohou být do jisté míry pravdivé dva i více stavů (teplo je když ...), resp. interval stavů.

Fuzzy logika je nadsoubor ke konvenční dvoustavové logice, tedy dvoustavová logika je podmnožinou fuzzy logiky. Soubor funkcí fuzzy logiky je rozšířen o práci s hodnotami pohybujícími se mezi true a false, tj. s částečnou pravdou.

V úzkém slova smyslu je fuzzy logika Fl_n **vícehodnotová logika**, jejíž cílem je vypracovat model fenoménu vágnosti (příslušnosti). **Vágnost** tedy určuje jak moc se proměnná přibližuje k pravdivé hodnotě true. Vágnost může nabývat hodnot od nuly do jedné.

V širším slova smyslu je Fl_b **teorie dedukce** a **teorie fuzzy množin**, které jsou odvozeny od vícehodnotové logiky. S aplikací těchto teorií se setkáváme u fuzzy regulace, rozpoznávání obrazců, regresní analýzy, expertních systémů a vyhodnocování dotazníků.

Z reálných veličin se k fuzzy hodnotám dostáváme pomocí fuzzifikace. **Fuzzifikace** je metoda generalizování (zobecňování) každé teorie od diskrétní (**crisp**) ke spojitě (fuzzy) formě.

Fuzzy logika je dobře zpracována v programu Mathematica 3.0.

Fuzzy podmnožiny

Obdobně jako u diskrétní logiky je i u fuzzy logiky definován vztah mezi fyzikálními proměnnými a fuzzy proměnnými pomocí uspořádaných dvojic:

Podmnožina F množiny S je definována jako soubor uspořádaných dvojic, kde první element dvojice je z množiny S a druhý element udává **stupeň příslušnosti** (**degrees of membership - vágnost**) v intervalu $[0,1]$. Hodnota 0 reprezentuje nepřítušnost, 1 úplnou příslušnost.

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁNÍ

Tento projekt je spolufinancován Evropským sociálním fondem a státním rozpočtem České republiky

Logické operace

Tak jako u dvoustavové logiky tak i u fuzzy logiky je definován úplný soubor logických funkcí. Tento soubor je obdobný jako u Booleovy algebry tj. logický součin, logický součet a negace. Ovšem u fuzzy logiky jsou definice obecnější. Protože dvoustavová logika je podmnožinou fuzzy logiky vyhovují fuzzy definice logických operací i dvoustavové logice. Mějme fuzzy proměnné x a y . Pak platí tyto definice:

Logický součin: $x \text{ and } y = \min(x, y)$; kde \min znamená minimum z hodnot uvedených v závorce

Logický součet: $x \text{ or } y = \max(x, y)$

Negace: $\text{not } x = 1,0 - x$

Tedy pro $x = 0,6$ a pro $y = 0,2$ vychází

Logický součin: $x \text{ and } y = \min(x, y) = \min(0,6; 0,2) = 0,2$

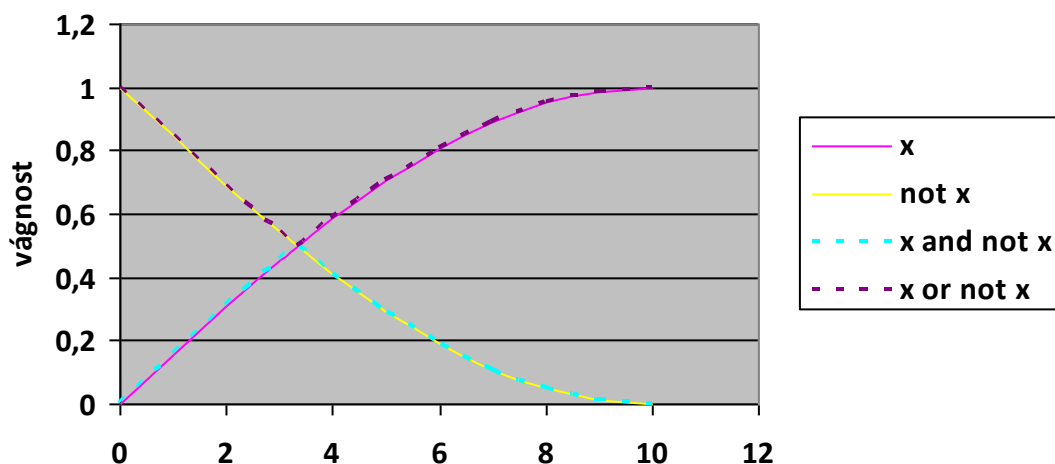
Logický součet: $x \text{ or } y = \max(x, y) = \max(0,6; 0,2) = 0,6$

A pro

Negace: $\text{not } x = 1,0 - x = 1,0 - 0,6 = 0,4$.

Následující graf zobrazuje závislost vágnosti na vstupní nepojmenované veličině pro jednotlivé logické funkce.

logické funkce



Pro proměnné x , $\text{not } x$ a funkce and a or byly znázorněny hodnoty vytvořeny podle tabulky

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁNÍ

Tento projekt je spolufinancován Evropským sociálním fondem a státním rozpočtem České republiky

VODOROVNÁ OSA	x	NOT X	X AND NOT X	X OR NOT X
0	0	1	0	1
1	0,156356	0,843644	0,156356	0,843644
2	0,308866	0,691134	0,308866	0,691134
3	0,453778	0,546222	0,453778	0,546222
3,3	0,499317	0,500683	0,499317	0,500683
4	0,587528	0,412472	0,412472	0,587528
5	0,706825	0,293175	0,293175	0,706825
6	0,808736	0,191264	0,191264	0,808736
7	0,890753	0,109247	0,109247	0,890753
8	0,950859	0,049141	0,049141	0,950859
9	0,987576	0,012424	0,012424	0,987576
10	1	0	0	1

Fuzzy logika a mikroprocesory

Úlohy zahrnující fuzzy logiku jsou obvykle řešeny pomocí počítačů. Proto tato část ukazuje postup výpočtu je aplikována na počítače.

Řídicí systém s fuzzy logikou v mikrořadiči má dvě součásti

- **bázi poznatků** (knowledge base) obsahující pravidla a tzv. funkce míry příslušnosti (membership functions), které udávají míru příslušnosti vstupní hodnoty do dané množiny fuzzy stavů; báze poznatků je pak redukována do poměrně jednoduché datové struktury.
- **vlastní řídicí program - kernel** (jádro), které periodicky generuje výstupní hodnoty na základě aktuálních vstupních údajů.

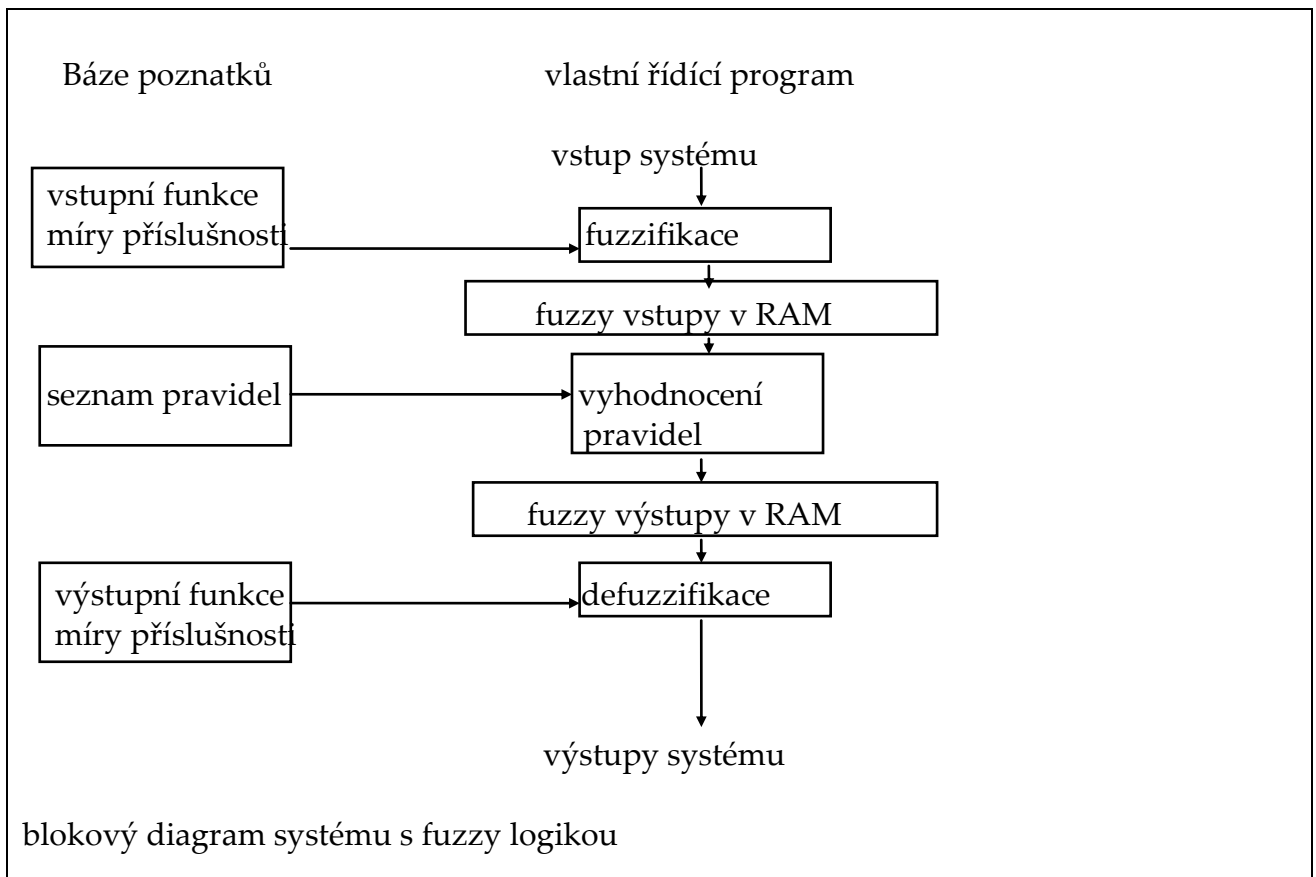
Řídicí systém lze tedy znázornit následujícím diagramem.

Každý vyhodnocovací cyklus jádra generuje systémové vstupní signály, které odpovídají aktuálním podmínkám vstupních fyzikálních veličin. Jádro vyhodnocuje tyto podmínky tak často, jak to vyžaduje aplikace. Proto časování programem je z hlediska výkonu a účinnosti velmi důležité.

Každý výpočet se provádí pro konkrétní hodnoty vstupních fyzikálních veličin.

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁNÍ

Tento projekt je spolufinancován Evropským sociálním fondem a státním rozpočtem České republiky



Z diagram plyne, že zpracování má 3 základní fáze – fuzzifikace, vyhodnocení pravidel a defuzzifikace.

Fuzzifikace

V průběhu fuzzifikace jsou aktuální vstupní hodnoty porovnávány s funkcemi příslušnosti uloženými v paměti, aby mohl být určen **stupeň pravdivosti** (míra příslušnosti) hodnoty pro každý systémový vstup. To znamená, že každá vstupní proměnná musí mít v bázi poznatků alespoň jednu funkci příslušnosti, ze které se odčítají konkrétní hodnoty vágnosti (příslušnosti) daného vstupu.

Zjednodušeně lze říci, že proces fuzzifikace je rozostřením jedné reálné vstupní proměnné do tolika fuzzy proměnných, kolik je pro tento vstup v systému definováno fuzzy množin, a že každá tato hodnota odpovídá míře příslušnosti do této množiny. To znamená, že se určuje s jakou pravděpodobností zapadne vstupní proměnná do jednotlivých dříve určených fuzzy množin.

Pro naše účely budeme dale považovat, že každá vstupní reálná proměnná má jen jednu fuzzifikační křivku. Tím se nám úlohy podstatně zjednoduší a řešení se stane lehce srozumitelné.

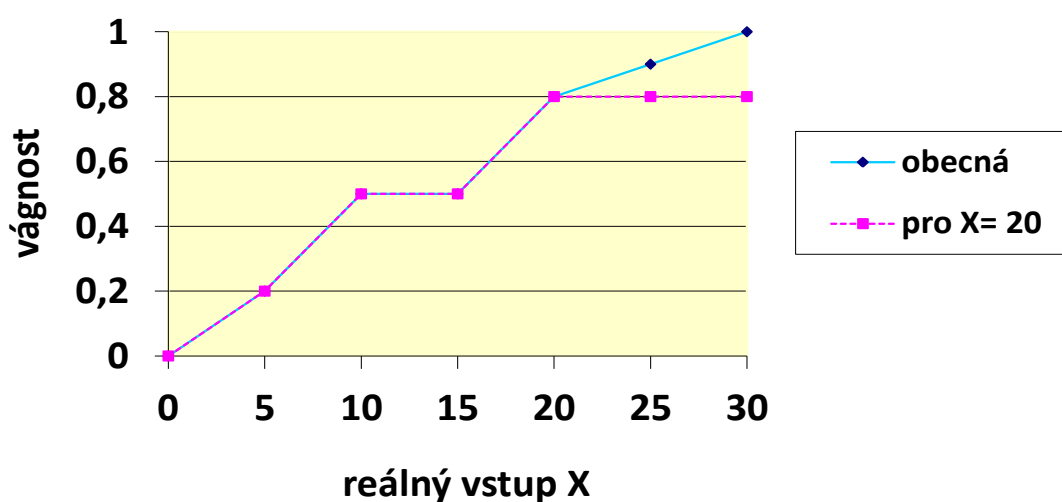
Dále pro výuku budeme využívat pouze metodu fuzzifikace, kdy maximální hodnota křivky vágnosti vytvořené pro konkrétní reálnou hodnotu je omezena hodnotou příslušnosti podle

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁNÍ

Tento projekt je spolufinancován Evropským sociálním fondem a státním rozpočtem České republiky

fuzzifikační křivky. To znamená, že fuzzifikační křivka je zhora omezena vágností zjištěné z fuzzifikační křivky pro konkrétní hodnotu vstupní proměnné.

fuzzifikační křivka

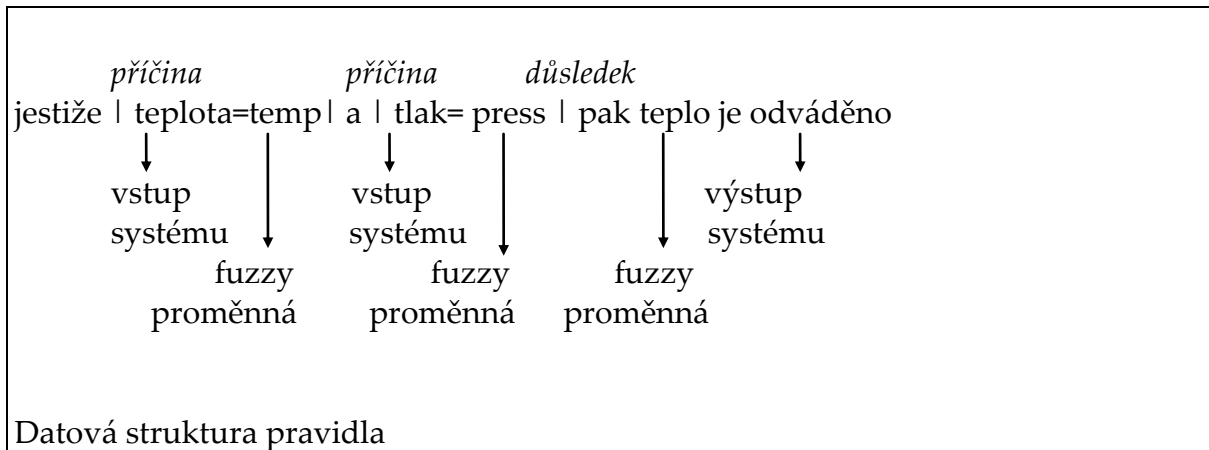


INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁNÍ

Tento projekt je spolufinancován Evropským sociálním fondem a státním rozpočtem České republiky

Vyhodnocovací pravidla

Příklad typického pravidla



Uvedenou datovou strukturu lze číst takto:

“Jestliže teplota je vysoká a současně i tlak je vysoký pak je nutné odvádět teplo. Fuzzy proměnné jsou označeny “temp” a “press”.”

Levá část pravidla je vytvořena z jedné nebo více příčin (v našem případě ze dvou příčin) spojených fuzzy operátorem and („a“). Každý prvek pravidla je tvořen názvem systémového vstupu a znakem =, za nímž následuje název fuzzy proměnné. Ten odpovídá jedné proměnné definované funkcí míry příslušnosti v bázi poznatků. Každá příčina odpovídá jedné proměnné v RAM.

Pravá polovina pravidla je tvořena jedním nebo více následky. (V našem případě jen jedním.) Každý následek je vyjádřen názvem systémového výstupu, ke kterému je částicí „je“ přiřazena fuzzy množina. Každé vyjádření následku se vztahuje k fuzzy proměnné výstupu v paměti.

Kompletní pravidla jsou uložena v bázi poznatků jako ukazatelé nebo seznam.

Operátor **and** se používá ke spojení příčin, fuzzy operátor **or** se vkládá mezi jednotlivá pravidla.

Pro výslednou hodnotu pravidla se zjišťují minimální hodnoty ze vstupních fuzzy proměnných – tedy funkce AND. Vyhodnocení pravidla je tedy zjištění hodnot příčin vytvářející minimální výslednou hodnotou celého pravidla.

V dalším kroku se vyhledávají maximální hodnoty ze všech pravidel. To znamená, že se výstup z pravidel vyhodnocuje pomocí funkce OR.

Konečným výsledkem celého procesu vyhodnocení pravidel je tabulka výstupních fuzzy proměnných v RAM. Tyto hodnoty jsou pak použity při řízení systému. Určení výstupních hodnot nelze určit obecně, ale pro jednotlivé případy. Na příklad do určité hodnoty nemají vstupy vliv na výstup, nebo pro určité hodnoty výstup mění svůj character a pod.

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁNÍ

Tento projekt je spolufinancován Evropským sociálním fondem a státním rozpočtem České republiky

Defuzzifikace

Konečný krok programu spojuje fuzzy výstupy s výstupem celého systému. Výstupy systému korespondují s fuzzy proměnnými podle funkcí míry příslušnosti v bázi poznatků. To znamená, že k vypočteným fuzzy hodnotám vyhledáváme pomocí fuzzifikačních funkcí konkrétní hodnoty reálných fyzikálních veličin.

Fuzzy expertní systémy

Fuzzy expertní systém je expertní systém, který používá fuzzy příslušnosti, fuzzy pravidla a funkce místo Boolean logiky.

Pravidla ve fuzzy expertních systémech jsou mají obvykle formu podobnou

if x is low and y is high then z = medium

kde x a y jsou vstupní proměnné a

z je výstupní proměnná,

low je fuzzy podmnožina (příslušnost k funkci) definovaná na x

high - " - y

medium - " - z.

Vstupy určují příslušnost pro aplikování pravidel pro zpracování, výstup určuje příslušnost každé výstupní proměnné. Většina nástrojů pro práci s fuzzy expertními systémy dovoluje jak jeden tak i **více závěrů** pro jedno pravidlo. Soubor pravidel v expertním systému je znám jako **znalostní báze** neboli báze pravidel.

Zpracování má 3 resp. 4 fáze

1. Fuzzifikace
2. Dedukce (inference) Pro každé pravidlo se počítá předpoklad pravdivostní hodnoty, která je použita v závěrečné části každého pravidla. Pro každý vstup se tedy zjistí hodnoty podle jednotlivých pravidel - vytvoří se soubor hodnot, na který se používají metody MIN nebo PRODUCT.
Při metodě MIN je takto získaná nejvyšší hodnota ze všech prohlášena za maximum - tj. sestřižena . clipped off . Hodnoty menší u daného pravidla jsou ponechány. (viz předchozí odstavec – budeme používat)
U metody PRODUCT je tato hodnota opět maximální, ale ostatní jsou v měřítku max/1 úměrně zmenšeny. (Nebudeme používat)
3. Sestavování. Všechny subsety (podmnožiny) získané pro každý výstup jsou složeny do jednoho. Je tak vytvořen soubor pro všechny výstupy. Používají se dvě metody MAX a SUM
MAX metoda je vytvoření výstupu pomocí funkce OR (budeme používat)
SUM je vytvářena součtem všech podmnožin. (Nebudeme používat)

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁNÍ

Tento projekt je spolufinancován Evropským sociálním fondem a státním rozpočtem České republiky

- Defuzzifikace - určení crisp hodnoty výstupu je nepovinná část. Opět jsou dvě metody: CENTROID, kdy se výstup ztotožňuje s těžištěm vypočtené polohy a MAX, kdy se volí hodnota s největší příslušností. (budeme používat způsob z defuzzifikace klasické fuzzy logiky).

Příklad:

Vyhodnoťte fuzzy funkci XOR pro různé hodnoty X a Y. Fuzzifikační křivky jsou dány závislostí

$$x = X/10$$

$$y = Y/10$$

výstupní funkce Z

$$z = Z/10$$

Hodnoty X a Y jsou dány v následující tabulce v části řešení.

Řešení:

Pravdivostní tabulka funkce XOR v binární logice je

x	y	XOR
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

Této tabulce odpovídají fuzzy funkce low a high (označme je lo a hi)

x	y	z=XOR	pravidlo
lo	lo	lo	alfa 1
lo	hi	hi	alfa 2
hi	lo	hi	alfa 3
hi	hi	lo	alfa 4

kde low je inverzní funkce k high. Tedy fuzzifikační funkce mají tvar

$$x = \text{hi } x = X/10$$

$$\text{not } x = \text{lo } x = 1 - X/10$$

$$y = \text{hi } y = Y/10$$

$$\text{not } y = \text{lo } y = 1 - Y/10$$

$$z = \text{hi } z = Z/10$$

$$\text{not } z = \text{lo } z = 1 - Z/10$$

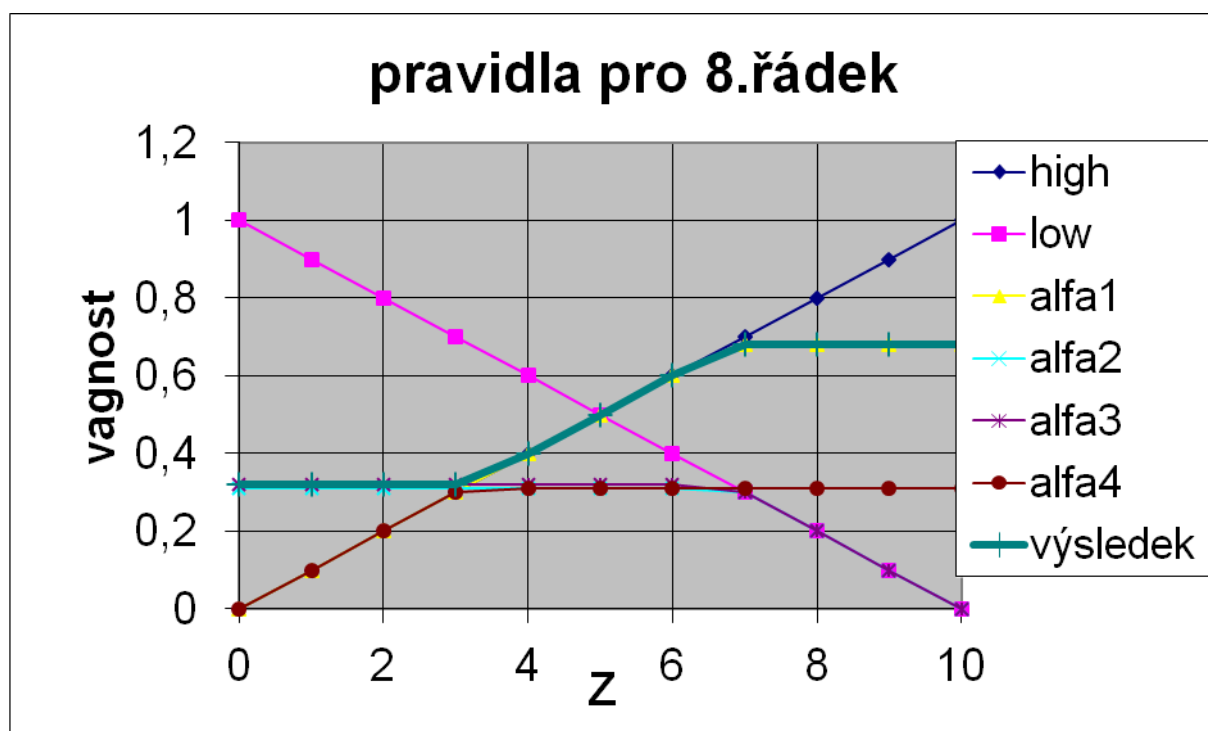
Tabulka pro zadané vstupní hodnoty X a Y má hodnoty

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁNÍ

Tento projekt je spolufinancován Evropským sociálním fondem a státním rozpočtem České republiky

řádek	X	Y	x	y	low x 1- X/10	high x X/10	low y 1- Y/10	high y Y/10	alfa 1 min (lo x, lo y)	alfa 2 min (lo x, hi y)	alfa 3 min (hi x, lo y)	alfa 4 min (hi x, hi y)
1	0	0	0	0	1	0	1	0	1	0	0	0
2	0	32	0	3,2	1	0	0,68	0,32	0,68	0,32	0	0
3	0	61	0	6,1	1	0	0,39	0,61	0,39	0,61	0	0
4	0	100	0	10	1	0	0	1	0	1	0	0
5	32	0	3,2	0	0,68	0,32	1	0	0,68	0	0,32	0
6	61	0	6,1	0	0,39	0,61	1	0	0,39	0	0,61	0
7	100	0	10	0	0	1	1	0	0	0	1	0
8	32	31	3,2	3,1	0,68	0,32	0,69	0,31	0,68	0,31	0,32	0,31
9	32	32	3,2	3,3	0,68	0,32	0,67	0,33	0,67	0,33	0,32	0,32
10	100	100	10	10	0	1	0	1	0	0	0	1

Příslušné grafy pro 8. Řádek tabulky vypadají následovně



N
a
d
p
i
s
2

V předchozím grafu je modrozelenou barvou vyznačen výsledek z. Tato křivka byla získána logickým součtem pravidel alfa1 až alfa4. Z grafu lze vyhodnotit, že příslušnost Z je

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁNÍ

Tento projekt je spolufinancován Evropským sociálním fondem a státním rozpočtem České republiky

zpočátku nízká, pak se zvětšuje a od hodnoty $z=0,68$ je konstantní- tedy reálná proměnná Z již nemá vliv na výsledek.

Kontrolní otázky

1. Zamyslete se nad podobností pojmu vágnost a pravděpodobnost. Není to totéž.
2. Jaký význam má fuzzifikace?
3. Kdy je možné použít fuzzy logiky a kdy se musí používat dvoustavová logika?
4. Jakých hodnot může nabývat vágnost
5. Zkuste vypočítat u zadaného příkladu výstupní veličinu Z pro jiné zadané hodnoty (zvolte si libovolný řádek, nebo si vytvořte vstupy sami.
6. Uvědomte si, že pro libovolnou pravdivostní tabulku vytváříte obdobu UNDF, s tím že je nutné řešit i řádky s hodnotami lo.
7. Dvoustavová logika je podmnožinou fuzzy logiky. Ověřte na libovolné funkci.

Shrnutí:

Na příkladu byl znázorněn postup výpočtu fuzzy proměnných. Aplikujeme-li příklad na pravidla o odvodu tepla (pouze kvůli rozboru výsledku, jinak nesouvisí se zadáním), pak intenzita odvodu tepla snižuje teploty soustavy. Pro nízký odvod tepla není funkce účinná, pak se zvyšuje, ale od hodnoty 0,68 další zvyšování intenzity větrání již nemá žádný efekt. S Fuzzy logikou se setkáváme často i u domácích spotřebičů, jako jsou myčky, pračky, šlehače apod. Pomocí fuzzy logiky jsou řešeny i automaty nebo vozidla s automatickým brzděním nebo parkováním.

Problémem je vytvoření znalostní báze. Tato tvorba vyžaduje celou řadu měření.

Literatura

- [1] ST 11/96
- [2] www.cs.cmu.edu/groups/AI/html/faqs/ai/fuzzy
- [3] košťál: Fuzzy logika – podklady pro studium