

Usuzování

- [Úvod](#)
 - [Pravidla usuzování](#)
-

Úvod

Usuzováním budeme označovat:

- sestavování znalostí do skupin,
- které vyhovují pravidlům usuzování.

Příklad

Jsou dány dvě znalosti:

- Výrok: **Dnes je teplo.**
- Formule: **$\text{Dnes je teplo} \Rightarrow \text{Dnes v lese rostou houby.}$**

Pokuste se odvodit z nich novou znalost.

Řešení

Pokusíme se dosazovat do [pravidel usuzování](#):

- [První z pravidel](#) zní: **Jestliže $A \Rightarrow B$ a nastalo A , potom platí B .**
Dosadíme do něj naše znalosti:
 - Za $A \Rightarrow B$ vezmeme formuli **$\text{Dnes je teplo} \Rightarrow \text{Dnes v lese rostou houby.}$**
 - Podle této formule máme:
 - **$A = \text{Dnes je teplo.}$**
 - **$B = \text{Dnes v lese rostou houby.}$**
 - **A** nastalo, protože jsme dostali výrok **Dnes je teplo.**
 - Tedy je splněno **$A \Rightarrow B, A$**
 - Proto platí **B : Dnes v lese rostou houby.**

Uspěli jsme tedy hned s prvním pravidlem, čili:

- Ze znalosti (obecné) **$\text{Dnes je teplo} \Rightarrow \text{Dnes v lese rostou houby}$**
- a znalosti (aktuálního faktu) **Dnes je teplo,**
- jsme získali novou znalost (aktuální fakt) **Dnes v lese rostou houby.**

Poznámka

Příklad je napohled nesmírně jednoduchý a samozřejmý. Ale je třeba si uvědomit, že zkoumáme [roli logiky v přemýšlení](#):

- Přemýšlení umí pouze vybírat skupiny znalostí a napasovat je na nějaká pravidla.
- Logika taková pravidla dodává.
- Pouze složením těchto dvou jevů se nám daří něco nového vymýšlet.

Pravidla usuzování

Pravidla odvozování běžně používáme [selským rozumem](#), aniž si je uvědomuje. Tím, že je logikové rozpoznali, popsali a pojmenovali, můžeme o nich diskutovat, můžeme je používat vědomě a dokonce je můžeme vložit do počítačového programu pro strojové myšlení.

Skládají se z výroků a usuzovacích formulí. Zápis usuzovacích formulí je poněkud odlišný od běžného zápisu [formulí](#), protože se v něm vyskytují znaky, jak je používat:

- znak \wedge zastupuje znak \wedge , který čteme "a také platí",
- znak \vdash zastupuje znak \Rightarrow , který čteme "potom platí".

Těchto pravidel je velké množství, z nich jsme vybrali ta nejpoužívanější. Není třeba učit se je nazpaměť, ale je užitečné si o nich počíst.

- [Pravidlo odloučení](#)
- [Pravidlo o popření](#)
- [Pravidlo o popření potvrzením](#)
- [Pravidlo o vyloučení z disjunkce](#)
- [Pravidlo o zavedení konjunkce](#)
- [Pravidlo o zjednodušení konjunkce](#)
- [Pravidlo o zavedení disjunkce](#)
- [Pravidlo o důkazu podle případů](#)
- [Pravidlo o řetězení implikací](#)
- [Pravidlo o platnosti z paralelních implikací](#)
- [Pravidlo o popření z paralelních implikací](#)
- [Pravidlo o zavedení ekvivalence](#)
- [Pravidlo o zjednodušení ekvivalence](#)

Původ těchto pravidel je u Theophrasta z Eresu, který žil v letech 371 - 287 před naším letopočtem.

Pravidlo odloučení (Modus ponens - metoda potvrzení)

Zápis: $A \Rightarrow B, A \vdash B$

Slovy: **Jestliže** $A \Rightarrow B$ **a** nastalo A , **potom** platí B .

Příklad

Platí-li: Jestliže dnes je úplněk, vodník si šije fráček,
a dnes je úplněk,
potom platí: vodník si šije fráček.

Poznámka

Toto pravidlo je nejjednodušší ze všech a také nejpoužívanější.

Pravidlo o popření (Modus tollens - metoda popření)

Zápis: $A \Rightarrow B, \neg B \vdash \neg A$

Slovy: **Jestliže** $A \Rightarrow B$ **a** nastalo $\neg B$, **potom** platí $\neg A$.

Příklad

Platí-li: Jestliže dnes je úplněk, vodník si šije fráček.
a vodník si fráček nešije,
potom platí: dnes není úplněk.

Pravidlo o popření potvrzením (Modus ponendo tollens)

Zápis: $\neg(A \wedge B), A \vdash \neg B$

Slovy: **Jestliže neplatí** $A \wedge B$ **a** nastalo A , **potom** platí $\neg B$.

Příklad

Oba závodníci nemohou vyhrát závod.
Závodník A vyhrál závod.
Tedy závodník B nemohl vyhrát závod.

Pravidlo o vyloučení z disjunkce (Modus tollendo ponens)

Zápis: $A \vee B, \neg A \vdash B$

Slovy: **Jestliže** $A \vee B$ **a** neplatí A , **potom** platí B .

Příklad

Jeden ze dvou závodníků A, B vyhrává závod.
Závodník A nevyhrál závod.
Tedy závodník B vyhrál závod.

Pravidlo o zavedení konjunkce

Zápis: $A, B \vdash A \wedge B$

Slovy: **Jestliže platí A i B, potom platí $A \wedge B$.**

Příklad

Jestliže platí, že prší a platí, že já jsem doma,
potom platí konjunkce: prší a já jsem doma.

Pravidlo o zjednodušení konjunkce

Zápis: $A \wedge B \vdash A$

Slovy: **Jestliže $A \wedge B$, potom se můžeme omezit na platnost A.**

Může rovněž být:

Zápis: $A \wedge B \vdash B$

Slovy: **Jestliže $A \wedge B$, potom se můžeme omezit na platnost B.**

Příklad

Je-li dnes úplněk a vodník si šije fráček,
tedy si vodník si šije fráček.

A také:

Je-li dnes úplněk a vodník si šije fráček,
tedy dnes je úplněk.

Pravidlo o zavedení disjunkce

Zápis: $A \vdash A \vee B$

Slovy: **Jestliže platí A, potom můžeme počítat s platností $A \vee B$.**

Může rovněž být:

Zápis: $B \vdash A \vee B$

Slovy: **Jestliže platí B, potom můžeme počítat s platností $A \vee B$.**

Příklad

Je-li dnes úplněk,
potom platí závěr: dnes je úplněk nebo vodník si šije fráček.

A také:

Jestliže si vodník šije fráček,
potom platí závěr: dnes je úplněk nebo vodník si šije fráček.

Poznámka

O tomto pravidle si můžeme říci dvě věci:

- Umožňuje vložit do našeho uvažování výrokovou proměnnou **B**, která je tam je zbytečná a tudíž by tam neměla být.
- Z pohledu logiky je toto pravidlo zcela v pořádku, protože je formálně v pořádku a platí, což se nechá dokázat např. pravdivostními tabulkami.

Pravidlo o důkazu podle případů

Zápis: **AVB, A⇒C, B⇒C ⊢ C**

Slovy: **Jestliže platí AVB a A⇒C a B⇒C, potom platí C.**

Příklad

Létaví tvorové jsou ptáci a netopýři,
Ptáci mají křídla,
Netopýři mají křídla,
Tedy létaví tvorové mají křídla.

Poznámka

Úsudky podle tohoto pravidla jsou chybné tehdy, pokud disjunkce **AVB** neobsahuje všechny možné případy. Při podrobném zkoumání zjistíme, že v příkladu nejsou zahrnuty létající ryby a poletuchy, které rovněž patří mezi létavé tvory, ale křídla nemají.

Pravidlo o řetězení implikací

Zápis: **A⇒B, B⇒C ⊢ A⇒C**

Slovy: **Jestliže A⇒B a B⇒C, potom platí A⇒C.**

Příklad

Je-li dnes úplněk, vodník si šije fráček.
Jestliže si vodník si šije fráček, mohu se vykoupat v jeho jezírku.
Tedy platí: Je-li dnes úplněk, mohu se vykoupat ve vodníkově jezírku.

Pravidlo o platnosti z paralelních implikací

Zápis: **A⇒P, B⇒Q, AVB ⊢ PVQ**

Slovy: **Jestliže A⇒P a B⇒Q a platí AVB, potom platí PVQ.**

Příklad

Jestliže dnes mám málo práce implikuje půjdu dnes do restaurace a
jestliže mám zítra zkoušku implikuje budu se dnes učit a
dnes mám málo práce nebo mám zítra zkoušku,
tedy dnes půjdu do restaurace nebo se budu učit.

Pravidlo o popření z paralelních implikací

Zápis: $A \Rightarrow P, B \Rightarrow Q, \neg P \vee \neg Q \vdash \neg A \vee \neg B$

Slovy: **Jestliže** $A \Rightarrow P$ **a** $B \Rightarrow Q$ **a platí** $\neg P \vee \neg Q$, **potom platí** $\neg A \vee \neg B$.

Příklad

Jestliže dnes mám málo práce implikuje půjdu dnes do restaurace a jestliže mám zítra zkoušku implikuje budu se dnes učit a jestliže dnes nepůjdu do restaurace nebo se nebudu učit, znamená, že dnes nemám málo práce nebo nemám zítra zkoušku.

Pravidlo o zavedení ekvivalence

Zápis: $A \Rightarrow B, B \Rightarrow A \vdash A \Leftrightarrow B$

Slovy: **Jestliže platí** $A \Rightarrow B$ **a** $B \Rightarrow A$, **potom platí** $A \Leftrightarrow B$.

Příklad

Platí-li: Jestliže dnes je úplněk, vodník si šije fráček, a opačným směrem platí jestliže vodník si šije fráček, je dnes úplněk, potom platí dnes je úplněk, je pravda tedy a jen tehdy, pokud si vodník šije fráček.

Poznámka

Tento postup je oblíbený při dokazování matematických vět.

Pravidlo o zjednodušení ekvivalence

Zápis: $A \Leftrightarrow B \vdash A \Rightarrow B$

Slovy: **Platí-li ekvivalence** $A \Leftrightarrow B$, **potom platí** $A \Rightarrow B$.

Může rovněž být:

Zápis: $A \Leftrightarrow B \vdash B \Rightarrow A$

Slovy: **Platí-li ekvivalence** $A \Leftrightarrow B$, **potom platí** $B \Rightarrow A$.

Příklad

Je-li **dnes je úplněk** ekvivalentní tomu, že **vodník si šije fráček**, potom platí jestliže **dnes je úplněk**, potom **vodník si šije fráček**, a naopak jestliže **vodník si šije fráček**, potom **dnes je úplněk**.