LR(k) gramatiky

Př. Uvažujme gramatiku $G_{10}[S]$

1.	$S \rightarrow A\ B$
2.	$A \rightarrow f$
3.	$A \rightarrow a$
4.	$B \rightarrow b\ C$
5.	$C \rightarrow c$

Rozšířený ZA bude mít přechod. fci (viz body z přednášky 8 BKG:

dle 1) $\delta (q, i, -) = \{ (q, i) \}$ pro $\forall i \in \{ a, b, c, f \}$

dle 2) $\delta (q, -, A\ B) = \{ (q, S) \}$

$\delta (q, -, f) = \{ (q , A) \}$

$\delta (q, -, a) = \{ (q, A) \}$

$\delta (q, -, b\ C) = \{ (q, B) \}$

$\delta (q, -, c) = \{ (q, C) \}$

dle 3) $\delta (q, e, \# S) = \{ (r, e) \}$

Takový automat je nedeterministický, ! vrchol zásobníku je vpravo !

δ provádí operace: přesouvání , dle 1)
redukování, dle 2)
akceptování. dle 3)

Jeho konfigurací je trojice (stav, vstup, obsah zásobníku)

např. zpracování řetězce f b c (na tabuli)

(q, fbc, #) ├ (q, bc, #f) ├ (q, bc, #A) ├ (q, c, #Ab) ├ …

Přesun redukce dle 2 přesun

δ je nepřehledné, použijeme tabulky:

tabulka akcí f (co má ZA udělat za operaci)

tabulka přechodů g (co má vložit do zásobníku)

tab.f =

vrchol zásobníku	akce
a	redukce 3
b	přesun
c	redukce 5
f	redukce 2
A	přesun
B	redukce 1
C	redukce 4
S	přijetí
#	přesun

Vkládaný symbol do zásobníku

vrchol zásobníku

tab. g =

	a	b	c	f	A	B	C	S
a								
b			c				C	
c								
f								
A		b				B		
B								
C								
S								
#	a			f	A			S

Tak snadné to je jen u tzv.<u>triviálních</u> gramatik (jaké musí mít vlastnosti?)

Mohou mít rekurzivní pravidla?

Mohou vůbec obsahovat rekurzivní symboly?

Vytvoření tabulky akcí a tabulky přechodů pro triviální LR gramatiku

1. Tabulka akcí f, (řádky jsou z $N \cup T \cup \{ \# \}$)

a) Je-li symbol $X \in N \cup T$ na konci pravidla i: $A \rightarrow \alpha$, pak f(X) = redukce(i),
b) f(S) = přijetí
c) f(X) = přesun v ostatních případech

2. Tabulka přechodů g (sloupce jsou $N \cup T$, řádky jsou $N \cup T \cup \{ \# \}$)

α) g(#, X) = X jestliže v G $\exists$ derivace $S \Rightarrow^* X \alpha$
β) g(X, Y) = Y jestliže G obsahuje pravidlo $A \rightarrow \alpha X Y \beta$
c) g(X, Y) = Y jestliže G obsahuje pravidlo $A \rightarrow \alpha X B \beta$, kde $B \in N$ a $B \Rightarrow^+ Y \gamma$
d) g(X, Y) = chyba v ostatních případech

Algoritmus SA triviální LR gramatiky (platí i pro LR(0))

Označme symbol na vrcholu zásobníku X, dno označme #.

1.

a. Je-li f(X) = přesun, přečti vstupní symbol a jdi na 2.
b. Je-li f(X) = redukce(i), vyloučí se ze zásobníku pravá strana pravidla i, číslo i se přidá do výstupu a přejde se na bod 2.
c. Je-li f(X) = přijetí, pak při zároveň prázdném vstupním řetězci ukončíme činnost akceptací, při neprázdném ukončíme odmítnutím.

2.

Je-li Y symbol , který má být vložen do zásobníku, provedeme:

a. Je-li g(X, Y) = Z, uložíme Z na vrchol zásobníku a opakujeme 1.
b. Je-li g(X, Y) = chyba, ukončíme analýzu chybou.

Konfiguraci zapisujme ve tvaru
(obsah zásob. s vrcholem vpravo, zbytek vst. řetězce, čísla pr. pro redukce)

Je to názornější = Tvoří větnou formu

Př. na tabuli analýza řetězce dle tabulek pro G_{10}[S]

(#, fbc, -) $\vdash$ (#f, bc, -)
$\vdash$ (#A, bc, 2)
$\vdash$ (#Ab, c, 2)
$\vdash$ (#Abc, e, 2)
$\vdash$ (#AbC, e, 25)
$\vdash$ (#AB, e, 254)
$\vdash$ (#S, e, 2541)

LR(0) gramatiky

Při násobném výskytu některého symbolu na pravé straně pravidel, je nutné rozlišovat (třeba indexem) tyto výskyty i v procesu SA, tedy i v zásobníku. Pro nekomplikované G to zvládneme jako u triviálních G.

Př. $G_{11}[S]$	**1**	**S → B**	**S → B1**
	2	**B → a B b**	**B → a B2 b1**
	3	**B → A**	**B → A1**
	4	**A → b A**	**A → b2 A2**
	5	**A → c**	**A → c**

Sestrojíme na tabuli f a g (pro G_{11} to ještě zvládneme algoritmem pro triviální gramatiku)

Zás	akce	a	b	c	B	A	S
#	přesun	a	b2	c	B1	A1	S
a	přesun	a	b2	c	B2	A1	
b1	R2						
b2	přesun		b2	c		A2	
c	R5						
B1	R1						
B2	přesun		b1				
A1	R3						
A2	R4						
S	akcept						

Př. syntaktické analýzy na tabuli

(#, abcb, -) ├ (#a, bcb, -)
├ (#ab$_2$, cb, -)
├ (#ab$_2$ c, b, -)
├ (#ab$_2$A$_2$, b, 5)
├ (#aA$_1$, b, 5 4)
├ (#aB$_2$, b, 5 4 3)
├ (#a B$_2$b$_1$, e, 5 4 3)
├ (# B$_1$, e, 5 4 3 2)
├ (#S, e, 5 4 3 2 1)

U komplikovanějších gramatik použijeme místo indexování symbolů k výpočtu tabulek tzv. množiny položek.

Výpočet rozkladových LR tabulek pomocí množin položek

Platí, že g(#, X) = X jestliže v G ∃ derivace S =>* X α
Podle dosavadního postupu

proto g(#, S) =	**S**	
g(#, B) =	**B1**	
g(#, a) =	**a**	**symboly, které mohou být v zásobníku přímo u #**
g(#, A) =	**A1**	
g(#, c) =	**c**	
g(#, b) =	**b2**	

f(#) = $\boxed{\textbf{přesun}}$

Musíme zjistit jaké situace v konfiguracích mohou při SA nastávat (co lze kdy vkládat do zásobníku) a jaká akce je ta jediná správná.

Situace charakteristická pro určitý vrcholový symbol zásobníku je popsatelná tzv. množinou LR(0) položek.
Pro # na vrcholu to je

vrchol zásobníku ještě venku = nezpracováno

$$\underbrace{\#}_{} \quad : S \rightarrow . \ \underbrace{B}_{}$$
$$B \rightarrow . \ a\ B\ b$$
$$B \rightarrow . \ A$$
$$A \rightarrow . \ b\ A$$
$$A \rightarrow . \ c$$

Tečka symbolizuje rozhranní ***zásobník . dosud nezpracovaná část vstupu***

Vkládání symbolů do zásobníku (přesouváním ze vstupu nebo redukcemi vrcholového řetězce) je symbolizováno posouváním tečky.

Z množiny pro # plyne, že při vrcholu # mohu k němu vložit B (ale v jaké variantě?) nebo a nebo A (ale v jaké variantě?) nebo b (ale v jaké variantě?) nebo c.

Posouváním tečky dostáváme postupně konečný soubor množin položek a současně i graf přechodů mezi množinami. Tato informace plně popisuje možné stavy při SA.

Algoritmus

Vytvoření souboru množin $LR(0)$ položek.

Vstup: Bezkontextová gramatika $G = (N, T, P, S)$.

Výstup: Soubor φ množin $LR(0)$ položek pro G.

Metoda:

1. Počáteční množinu $LR(0)$ položek M_0 vytvoříme takto:
   (a) $M_0 = \{S \to \cdot\, \alpha : S \to \alpha \in P\}$.
   (b) Jestliže $A \to \cdot\, B\alpha \in M_0$, $B \in N$ a $B \to \beta \in P$, pak
   $M_0 = M_0 \cup \{B \to \cdot \beta\}$.
   (c) Opakujme krok b) tak dlouho, dokud je možné přidávat nové položky do M_0.
   (d) $\varphi = \{M_0\}$, M_0 je počáteční množina.
2. Jestliže jsme zkonstruovali množinu $LR(0)$ položek M_i, zkonstruujeme pro každý symbol $X \in N \cup T$ takový, že leží v některé $LR(0)$ položce v M_i za tečkou další množinu $LR(0)$ položek M_j, kde j je index větší než nejvyšší index dosud vytvořené množiny M_i takto:

   (a) $M_j = \{A \to \alpha X \cdot \beta : A \to \alpha \cdot X \beta \in M_i\}$.
   (b) Jestliže $A \to \alpha \cdot B\, \beta \in M_j$, $B \in N$, $B \to \gamma \in P$, pak
   $M_j = M_j \cup \{B \to \cdot\, \gamma\}$.
   (c) Opakujeme krok (b) tak dlouho, dokud je možné do M_j přidávat nové položky.
   (d) $\varphi = \varphi \cup \{M_j\}$.
3. Krok 2) opakujeme pro všechny vytvořené množiny M_j, dokud je možné do φ přidávat nové množiny M_j.

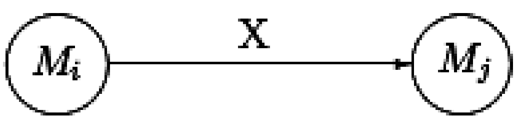
Poznámka: Krok 1a) a 2a) budeme nazývat vytvoření základů množin $LR(0)$ položek, opakované provádění kroku 1b) a 2b) nazveme vytváření uzávěrů množin položek.

Definice

GOTO $(M_i, X) = M_j$, jestliže položky tvaru $A \to \alpha \cdot X \beta$ leží v M_i a základ množiny M_j byl vytvořen položkami tvaru $A \to \alpha X \cdot \beta$.

Funkce GOTO si můžeme znázornit jako orientovaný hranově a uzlově ohodnocený graf
takto:

Funkci GOTO $(M_i, X) = M_j$ bude odpovídat graf



Př. na tabuli (zabere téměř stránku)

G: 1) $S \to B$
2) $B \to aBb$
3) $B \to A$
4) $A \to bA$
5) $A \to c$

$S' \to .S$
$\#$: $S \to .B$
$B \to .aBb$
$B \to .A$
$A \to .bA$
$A \to .c$

B_1: $S \to B.$

---

a: $B \to a.Bb$
$B \to .aBb$
$B \to .A$
$A \to .bA$
$A \to .c$

A_1: $B \to A.$

---

b_2: $A \to b.A$
$A \to .bA$
$A \to .c$

---

c: $A \to c.$

B_2: $B \to aB.b$

A_2: $A \to bA.$

---

b_1: $B \to aBb.$

S: $S' \to S.$

Když vyplníme podle ~~této~~ modré množiny množin položek tabulky f a g, bude nám chybět údaj do řádku a sloupce pro S. Rozšíříme proto gramatiku o pravidlo 0) $S' \to S$, kde S' bude nový počáteční symbol a doplníme graf

Algoritmus

Konstrukce tabulky akcí f a tabulky přechodů g pro LR(0) gramatiku
Vstup: Soubor LR(0) položek
Výstup: Tabulky f, g

Postup:

1) **Řádky f budou odpovídat množinám položek. Sestrojí se následovně:**

   Je-li v množině položek M obsažena položka tvaru $A \rightarrow \alpha$.
   pak f(M) = redukce(i), kde i je číslo pravidla $A \rightarrow \alpha$

   Je-li v množině položek X obsažena položka tvaru $S' \rightarrow S.$
   pak f(M) = přijetí

   f(M) = přesun v ostatních případech

2) **Tabulka přechodů g odpovídá přechodové funkci GOTO mezi množinami položek. Řádky g budou odpovídat množinám položek. Sestrojí se následovně:**

   a) **Je-li GOTO(M_i, X) = M_j, pak g(M_i, X) = M_j**

   b) **Je-li GOTO(M_i, X) = prázdná množina, pak g(M_i, X) = chyba**

Př. Konstruujme f a g na základě LR(0) položek. Všimněte si, něco v nich chybí. To je důvod použití rozšířené gramatiky (viz doplnění předchozího grafu přechodů o červenou část)

Zás	akce	a	b	c	B	A	S
#	přesun	a	b2	c	B1	A1	S
a	přesun	a	b2	c	B2	A1	
b1	R2						
b2	přesun		b2	c		A2	
c	R5						
B1	R1						
B2	přesun		b1				
A1	R3						
A2	R4						
S	akcept						

<u>SLR(k) gramatiky</u> (Simple LR(k))

Obsahuje-li některá z množin LR(0) položek

jak položku $A \rightarrow \alpha .$

tak položku $B \rightarrow \beta .$ **(tzv. konflikt redukce redukce)**

či položku $C \rightarrow \gamma . \delta$ **(tzv. konflikt redukce přesun)**

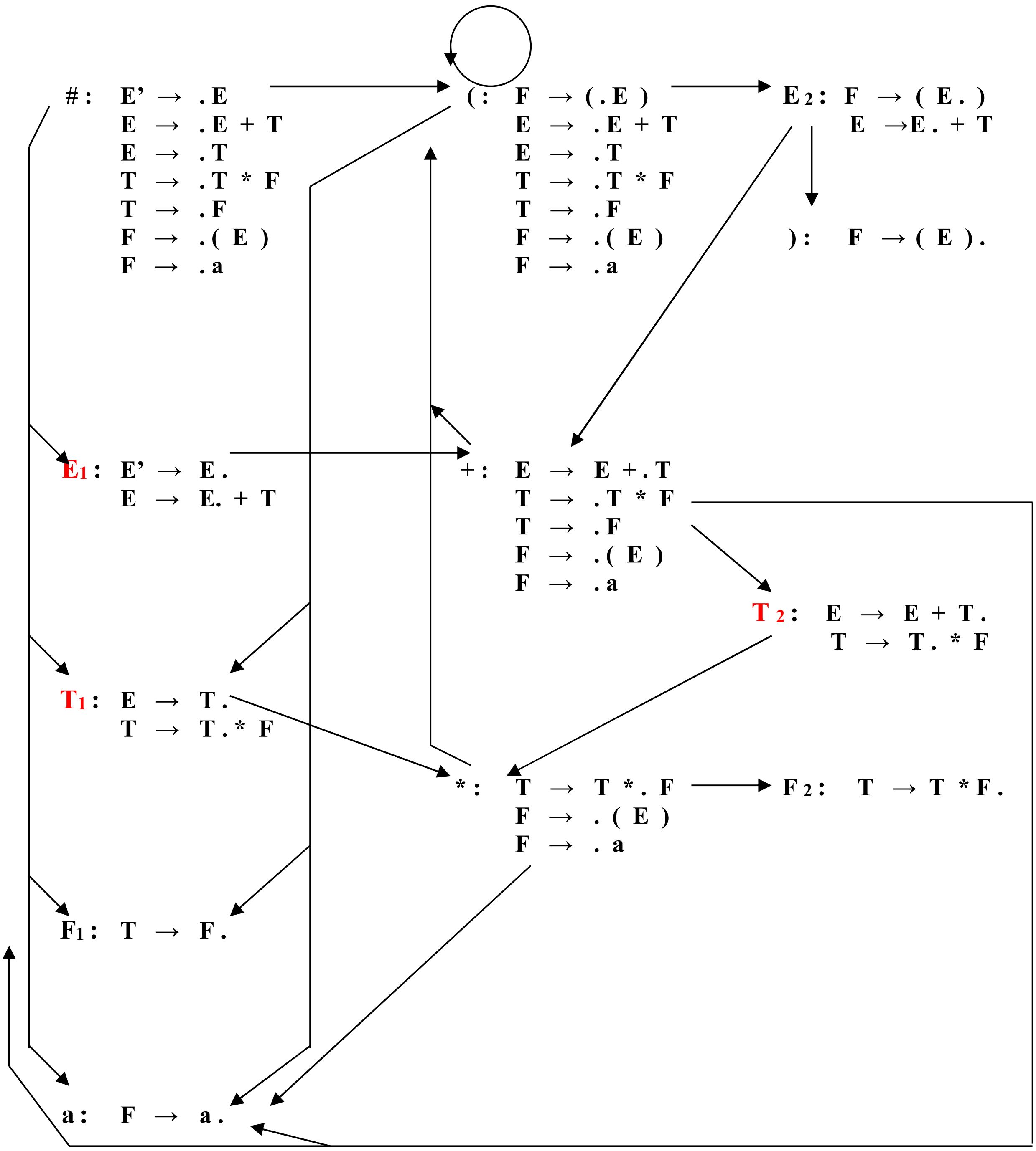
pak gramatika není LR(0). Pokud to půjde napravit prohlížením vstupujících symbolů, pak se jedná o některou z podtříd LR(k) gramatik.

Př. $G_{12}[E']$

0	**E'**	→	**E**
1	**E**	→	**E + T**
2	**E**	→	**T**
3	**T**	→	**T * F**
4	**T**	→	**F**
5	**F**	→	**(E)**
6	**F**	→	**a**

Vytvoříme množiny LR(0) položek (na tabuli, téměř stránka)

LR(0) množiny položek pro G[E]



V červeně označených množinách položek nastal konflikt redukce přesun

Předpokládejme, že $A \to \alpha\ .\ \beta$ a $B \to \gamma\ .\ \delta$ jsou dvě různé položky z M. Jestliže každé dvě takové položky splňují alespoň jednu z podmínek:

1. **Ani β, ani δ nejsou prázdné řetězy,**
2. **$\beta \neq e$, $\delta = e$ a $\mathrm{FOLLOW}_k(B) \cap \mathrm{FIRST}k(\beta\, \mathrm{FOLLOW}_k(A)) = \emptyset$ pro $\beta \in T(N \cup T)^*$,**
3. **$\beta = e$, $\delta \neq e$ a $\mathrm{FOLLOW}_k(A) \cap \mathrm{FIRST}_k(\delta\, \mathrm{FOLLOW}_k(B)) = \emptyset$ pro $\delta \in \mathrm{T}(N \cup T)^*$**
4. **$\beta = \delta = e$ a $\mathrm{FOLLOW}_k(A) \cap \mathrm{FOLLOW}_k(B) = \emptyset$,**

pak G se nazývá jednoduchá $LR(k)$ gramatika (zkráceně $SLR(k)$ gramatika). Zápis $\beta \in T(N \cup T)^*$ znamená, že řetěz β začíná terminálním symbolem.

Pro $SLR(k)$ gramatiky můžeme sestrojit tabulku akcí f a tabulku přechodů g pomocí následujícího algoritmu.

Algoritmus

Konstrukce tabulky akcí f a tabulky přechodů g pro $SLR(k)$ gramatiku

Vstup: $SLR(k)$ gramatika $G = (N, T, P, S)$ a soubor množin $LR(0)$ položek φ pro G.

Výstup: Tabulka akcí f a tabulka přechodů g pro G.

Metoda:

1. **Tabulka akcí f bude mít řádky označeny stejně jako množiny položek z φ. Sloupce tabulky budou označeny řetězy symbolů z T^{*k},**
   (a) $f(M_i, u)$ = přesun, jestliže $A \to \beta_1 \cdot \beta_2 \in M_i$, $\beta_2 \in T(N \cup T)^*$ a $u \in \mathrm{FIRST}_k(\beta_2\, \mathrm{FOLLOW}_k(A))$,
   (b) $f(M_i, u)$ = redukce(j), jestliže $j \geq 1$ a $A \to \beta \cdot \in M_i$, $A \to \beta$ je j-té pravidlo v P a $u \in \mathrm{FOLLOW}_k(A)$,
   (c) $f(M_i, e)$ = přijetí, jestliže $S' \to S\cdot \in M_i$,
   (d) $f(M_i, u)$ = chyba ve všech ostatních případech.

2. **Tabulka přechodů g odpovídá funkci GOTO.**
   (a) Je-li GOTO $(M_i, x) = M_j$, kde $x \in (N \cup T)$, pak $g(M_i, x) = M_j$.
   (b) Je-li GOTO (M_i, x) prázdná množina pro $x \in (N \cup T)$, pak $g(M_i, x)$ = chyba.

Př. na tabuli cca 15 řádek

	a	+	*	(	)	e	E	T	F	a	+	*	(	)
#	P			P			E1	T1	F1	a			(	
E1		P				A					+			
T1		2	P		2	2						*		
F1		4	4		4	4								
a		6	6		6	6								
(	P			P			E2	T1	F1	a			(	
+	P			P				T2	F1	a			(	
*	P			P					F2	a			(	
E2		P			P						+			)
T2		1	P		1	1						*		
F2		3	3		3	3								
)		5	5		5	5								

Algoritmus:

Syntaktická analýza pro *SLR*(*k*) gramatiky (algoritmus je použitelný i pro *LALR*(*k*) gramatiky a pro *LR*(*k*) gramatiky – viz. dále)

Vstup: Tabulka akcí f a tabulka přechodů g pro $G = (N, T, P, S)$, vstupní řetěz $w \in T^*$ a počáteční symbol zásobníku M_0 (označení počáteční množiny $LR(0)$ položek).

Výstup: Pravý rozklad v případě, že $w \in L(G)$, jinak chybová indikace.

Metoda: Algoritmus čte symboly ze vstupního řetězu w, využívá zásobník a vytváří řetěz čísel pravidel, která byla použita při redukcích. V zásobníku je na začátku symbol M_0.

Opakujeme kroky 1), 2), a 3) dokud nenastane *přijat* nebo *chyba*.

Symbol X je symbolem na vrcholu zásobníku.

1. **Určíme řetěz k prvních symbolů z dosud nepřečtené části vstupního řetězu a označíme jej u.**
2. **(a) Je-li $f(X, u)$ = *přesun*, přečte se vstupní symbol a přejdeme na krok 3).**

   (b) Je-li $f(X, u)$ = *redukce*(i), vyloučíme ze zásobníku tolik symbolů, kolik je symbolů na pravé straně i-tého pravidla $(i) A \rightarrow \alpha$ a do výstupního řetězu připojíme číslo pravidla (i). Přejdeme na krok 3).

   (c) Je-li $f(X, e)$ = *přijetí*, ukončíme analýzu a výstupní řetěz je pravý rozklad vstupní věty w v případě, že vstupní řetěz je celý přečten, jinak chyba.

   (d) Je-li $f(X, u)$ = *chyba*, ukončíme rozklad chybovou indikací.
3. **Je-li Y symbol, který má být uložen do zásobníku (přečtený symbol ve 2a) nebo levá strana pravidla použitého při redukci (v 2b)) a X je symbol na vrcholu zásobníku, pak:**

   (a) Je-li $g(X, Y) = Z$, pak uložíme Z na vrcholu zásobníku a opakujeme od kroku 1.

   (b) Je-li $g(X, Y)$ = *chyba*, ukončíme analýzu chybovou indikací.

Konfigurací algoritmu budeme rozumět trojici:

(α, x, π), kde α **je obsah zásobníku**
x **je dosud nepřečtená část vstupního řetězce textu,**
π **je dosud vytvořená část výstupního řetězce pravidel.**

Konfigurace (M_0, w, e) je počáteční a konfigurace $(M_0 M_i, e, \pi)$ je koncová konfigurace algoritmu, kde M_i je symbol na vrcholu zásobníku, při kterém došlo k přijetí ($f(M_i, e)$=*přijetí*).

Př. na tabuli pro G_{12}[E']

(#, a+a*a, -) ├ (#a, +a*a, -) ├ (#F_1, +a*a, 6) ├
├ (#T_1, +a*a, 6 4) ├ (#E_1, +a*a, 6 4 2) ├ …

Př. G_{13}[S’]: S‘→ S S → S (A) | e A → a
S očíslováním (0) (1) (2) (3)
Množiny položek a graf přechodů mezi nimi mají tvar:

: S‘→ . S
S → . S (A)
S → .

→ S : S‘→ S.
S → S . (A)

→ (: S‘→ S (. A)
A → . a

→ A : S → S (A .)

→ a : A → a .

A : →) : S → S (A) .

Jak to bude s tím e?

Tabulky mají tvar:

	a	(	)	e	S	A	a	(	)
#		2		2	S				
S		P		A				(	
A			P						)
a			3						
(	P					A	a		
)		1		1					

Proč? Protože jak již víme platí:

$f(\#, u)$ = přesun, jestliže $X \to \beta_1 \cdot \beta_2 \in \#$, $\beta_2 \in T(N \cup T)^*$ a
$u \in$ FIRST (β_2 FOLLOW (X)),
a tento případ zde není

$f(\#, u)$ = redukce(j), jestliže $X \to \beta \cdot \in \#$, $X \to \beta$ je j-té pravidlo v P a
$u \in \text{FOLLOW}_k(X)$
a tento případ zde je

Zkusme nějakou větu analyzovat
(# , (a) , -) ├ (# S , (a) , 2) ├ (# S (, a) , 2) ├ (# S (a ,) , 2) ├
(# S (A ,) , 2 3) ├ (# S (A) , e , 2 3) ├ (# S , e , 2 3 1)

LALR(k) gramatiky

V množinách LR(0) položek může nastat konflikt redukce-redukce nebo redukce-přesun, který lze odstranit zohledněním dopředu prohlížených symbolů v obecnějších tzv. LALR(k) položkách („look ahead LR(k)“)

Definice

$LR(k)$ položka pro bezkontextovou gramatiku
$G = (N, T, P, S)$

je objekt tvaru:

$$[A \to \alpha \cdot \beta,\ w\ ]$$

to, co je za β, nebo-li
co může být právě za tímto A, nebo-li
w∈podmnožiny FOLLOW(A)

kde $A \to \alpha\ \beta \in P$ a $w \in T^*$, $|w| \le k$ je tzv. dopředu prohlížený řetěz terminálních symbolů délky nejvýše k.
Dále nadefinujeme pojem jádra položek v množině $LR(k)$ položek.

Definice

Nechť M je množina $LR(k)$ položek. Jádro J množiny položek M je množina:

$$J(M) = \{A \to \alpha \cdot \beta : [A \to \alpha \cdot \beta, \mathrm{w}] \in M\}.$$

Nyní můžeme uvést algoritmus pro výpočet souboru množin položek pro $LALR(k)$ gramatiku, tj. ; soubor množin $LALR(k)$ položek.

Algoritmus
Výpočet souboru množin $LALR(k)$ položek pro $G = (N, T, P, S)$

Vstup: **Bezkontextová gramatika $G = (N, T, P, S)$.**
Výstup: **Soubor φ množin $LALR(k)$ položek pro G.**
Metoda:

1. **Počáteční množinu $LALR(k)$ položek M_0 vytvoříme takto:**
   (a) $M_0 = \{[S \rightarrow \cdot\ \omega, e] : S \rightarrow \omega \in P\}$.
   (b) Jestliže $[A \rightarrow \cdot\ B\alpha, u] \in M_0$, $B \in N$ a $B \rightarrow \beta \in P$, pak
   $M_0 = M_0 \cup \{[B \rightarrow \cdot\ \beta, x]$: pro všechna $x \in \mathrm{FIRST}_k(\alpha u)\}$.
   (c) Opakujeme krok (b) tak dlouho, dokud je možno do M_0 přidávat nové položky.
   (d) $\varphi = \{M_0\}$,M_0 je počáteční množina.
2. **Jestliže jsme zkonstruovali množinu $LALR(k)$ položek M_i, zkonstruujeme pro každý symbol $X \in (N \cup T)$ takový, že leží v některé $LALR(k)$ položce v M_i za tečkou další množinu $LALR(k)$ položek M_j , kde j je vetší než nejvyšší index dosud vytvořené množiny $LALR(k)$ položek v φ, takto:**
   (a) $M_j = \{[A \rightarrow \alpha X \cdot \beta, u] : [A \rightarrow \alpha \cdot X \beta, u] \in M_i\}$.
   (b) Jestliže $[A \rightarrow \alpha \cdot B\ \beta, u] \in M_j$, $B \in N$, $B \rightarrow \gamma \in P$, pak
   $M_j = M_j \cup \{[B \rightarrow \cdot\ \gamma, x]$: pro všechna $x \in \mathrm{FIRST}_k(\beta u)\}$.
   (c) Opakujeme krok (b) tak dlouho, dokud je možné do M_j přidávat nové položky.
   (d) Jestliže jádro $J(M_j) \neq J(M_n)$ pro všechna $M_n \in \varphi$, pak $\varphi = \varphi \cup \{M_j\}$
   a GOTO(M_i,X) = M_j .
   Jestliže $J(M_j) = J(M_n)$ pro nějaké M_n z φ, pak
   $M_n' = Mn \cup M_j$ a $\varphi = (\varphi - \{M_n\}) \cup \{M_n'\}$ a GOTO(M_i, X) = M_n'.
3. **Krok 2. opakujeme pro všechny vytvořené množiny v φ tak dlouho, dokud je možné vytvářet nové množiny M_j .**

Definice
Bezkontextovou gramatiku $G = (N, T, P, S)$ nazveme $LALR(k)$ gramatikou ($k \geq 0$) právě tehdy, když v souboru množin $LALR(k)$ položek vytvořených podle algoritmu pro rozšířenou gramatiku G' nejsou žádné konflikty.

(Tj. existují-li v množině položek M_i dvě různé položky $A \rightarrow u\ .\ v,\ w$
a $B \rightarrow x\ .\ y,\ z$,pak musí platit $First_k\ (vw) \cap First_k\ (yz) = \varnothing$)

Př. G_{14} na tabuli ? (stránka)

$S \rightarrow L = R$
$S \rightarrow R$
$L \rightarrow * R$
$L \rightarrow a$
$R \rightarrow L$

Zkonstruujme soubor množin LR(0) položek pro rozšířenou gramatiku G_{14}[S‘]

#: $S' \rightarrow . S$
$S \rightarrow . L = R$
$S \rightarrow . R$
$L \rightarrow . * R$
$L \rightarrow . a$
$R \rightarrow . L$

S: $S' \rightarrow S .$

L1: $S \rightarrow L . = R$
$R \rightarrow L .$

R1: $S \rightarrow R .$

*: $L \rightarrow * . R$
$R \rightarrow . L$
$L \rightarrow . * R$
$L \rightarrow . a$

a: $L \rightarrow a .$

=: $S \rightarrow L = . R$
$R \rightarrow . L$
$L \rightarrow . * R$
$L \rightarrow . a$

R2: $L \rightarrow * R .$

R3: $S \rightarrow L = R .$

L2: $R \rightarrow L .$

A máme tady problém v L1, která zřetelně indikuje pro „=“ přesun. Pro symboly z FOLLOW(R) by se mělo redukovat podle pravidla $R \rightarrow L$
Do množiny FOLLOW(R) ale patří i „=“. G_{14} není proto SLR(1).
Podíváme se tedy co může následovat za pravou stranou (look ahead) a zkonstruujeme množiny LALR(1) položek.

Poznámka:

V dalších případech budeme pro položky

$$[A \rightarrow \alpha \cdot \beta, x_1], [A \rightarrow \alpha \cdot \beta, x_2], \dots [A \rightarrow \alpha \cdot \beta, x_n]$$

používat zkráceného zápisu $[A \rightarrow \alpha \cdot \beta, x_1|x_2| \dots |x_n]$.

Rozšířená gramatika **G_{14}[S']**

0	S' → S
1	S → L = R
2	S → R
3	L → * R
4	L → a
5	R → L

Množiny LALR(1) položek

 # : S' → . S, e
S → . L = R, e
S → . R, e
L → . * R, =|e
L → . a, =|e
R → . L, e

S : S' → S ., e

L1 : S → L . = R, e
R → L ., e

R1 : S → R ., e

*** :** L → * . R, =|e
R → . L, =|e
L → . * R, =|e
L → . a, =|e

a : L → a ., =|e

= : S → L = . R, e
R → . L, e
L → . * R, e
L → . a, e

R2 : L → * R ., =|e

R3 : S → L = R ., e

L2 : R → L ., =|e

Jestliže v množině *LALR*(*k*) položek nejsou žádné konflikty, můžeme sestrojit tabulku akcí *f* (deterministický automat s lineární časovou náročností) pro syntaktický analyzátor pomocí následujícího algoritmu. Tabulka přechodů se vytvoří stejně jako pro *SLR*(*k*) gramatiku na základě funkce GOTO.

Algoritmus sestrojení tabulky akcí pro *LALR*(*k*) gramatiku.

Vstup: Soubor množin φ *LALR*(*k*) položek pro gramatiku $G = (N, T, P, S)$.
Výstup: Tabulka akcí f pro gramatiku G.

Metoda: Tabulka akcí f bude mít řádky označeny stejně jako množiny z φ.
Sloupce budou označeny řetězy symbolů $u \in T^*$, $|u| \le k$.
Pro všechna $i \in \langle 0, |\varphi| \rangle$ provedeme:

a) $f(M_i, u)$ = přesun, jestliže $[A \to \beta_1 \cdot \beta_2, v] \in M_i$, $\beta_2 \in T(N \cup T)^*$ a $u \in \mathrm{FIRSTk}(\beta_2\, v)$.
b) $f(M_i, u)$ = redukce(j), jestliže $[A \to \beta\, \cdot, u] \in M_i$ a $A \to \beta$ je j-té pravidlo v P, kromě situace podle c),
c) $f(M_i, e)$ = přijetí, jestliže $[S' \to S\, \cdot, e] \in M_i$ a vstupní řetěz je přečten,
d) $f(M_i, n)$ = chyba v ostatních případech.

	a	=	*	e	a	=	*	S	L	R
#	P		P		a		*	S	L1	R1
S				A						
L1		P		5		=				
R1				2						
R2		3		3						
R3				1						
*	P		P		a		*		L2	R2
a		4		4						
=	P		P		a		*		L2	R3
L2		5		5						

Teď zkuste analýzu nějakého řetězce

LR(k) gramatiky

Pro výpočet množin LR(k) položek je třeba jen v algoritmu pro výpočet souboru množin *LALR*(*k*) položek změnit bod 2d) takto:

2d) $\varphi = \varphi \cup \{M_j\}$, GOTO($M_i$, X) = M_j.

To znamená, že vytvořená množina položek M_j se přidá do souboru φ i tehdy, když v φ je již množina položek se stejným jádrem, ale jinými dopředu prohlíženými symboly.

Jestliže algoritmus upravíme tak, že změníme bod 2d), dostaneme algoritmus pro výpočet souboru množin *LR*(*k*) položek.

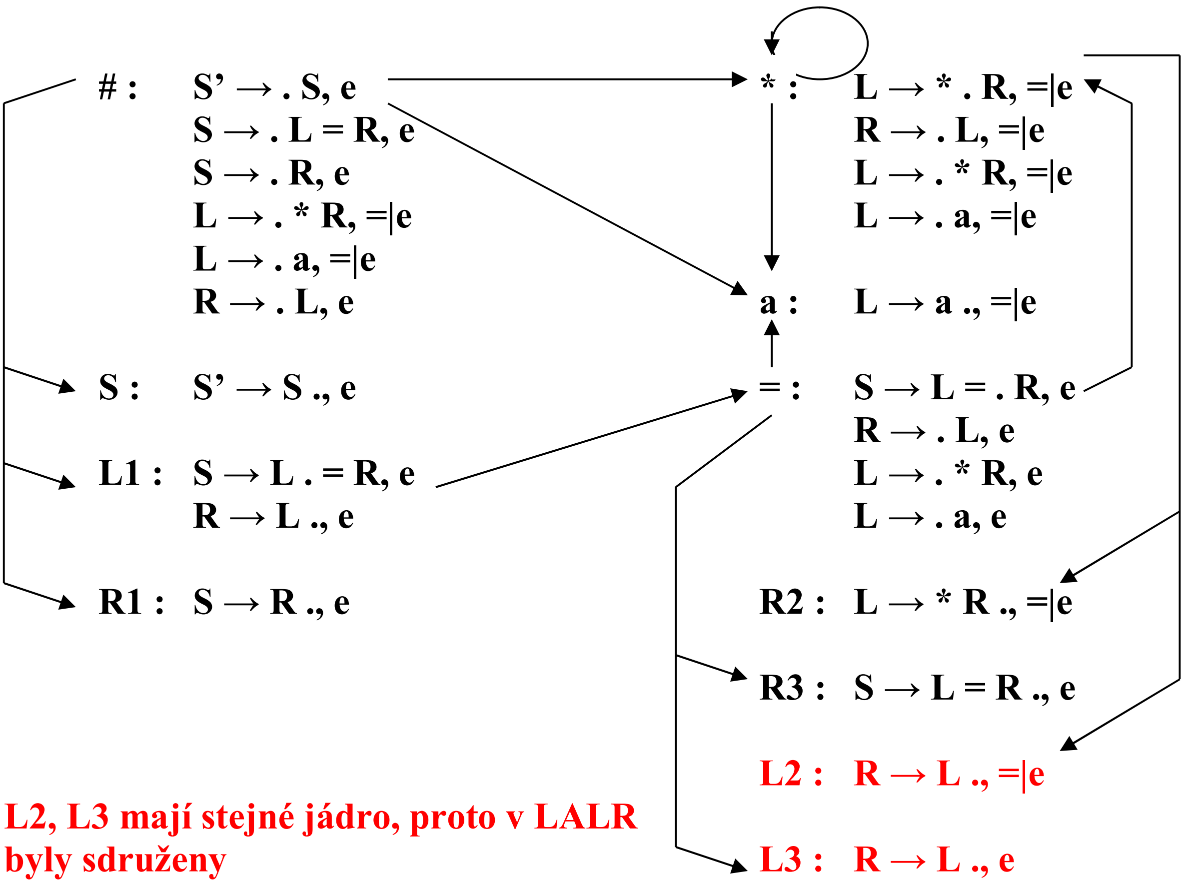
Pro vytvoření tabulky akcí a tabulky přechodů na základě souboru *LR*(*k*) položek můžeme pak použít tytéž algoritmy jako pro *LALR*(*k*) gramatiky.

Definice:

Bezkontextovou gramatiku $G = (N, T, P, S)$ nazveme *LR*(*k*) gramatikou pro $k \geq 0$ právě tehdy, když v souboru množin *LR*(*k*) položek vytvořeného podle upraveného algoritmu pro rozšířenou gramatiku *G‘* nejsou žádné konflikty.

Př. G_{14}[S’] řešená jako LR(1)

Množiny LR(1) položek



L2, L3 mají stejné jádro, proto v LALR byly sdruženy

LR(1) rozkladová tabulka

	a	=	*	e	a	=	*	S	L	R
#	P		P		a		*	S	L1	R1
S				A						
L1		P		5		=				
R1				2						
R2		3		3						
R3				1						
*	P		P		a		*		L2	R2
a		4		4						
=	P		P		a		*		L3	R3
L2		5		5						
L3				5						

LR $(\#, a=*a, -) \vdash (\#a, =*a, -) \vdash (\#L_1, =*a, 4) \vdash$

LALR dtto

LR $\vdash (\#L_1=, *a, 4) \vdash (\#L_1=*, a, 4) \vdash (\#L_1=*a, e, 4)$

LALR dtto

LR $\vdash (\#L_1=*L_3, e, 44) \vdash (\#L_1=*R_2, e, 445) \vdash$

LALR $\vdash (\#L_1=*L_2, e, 44) \vdash$

LR $\vdash (\#L_1=*R_2, e, 445) \vdash (\#L_1=*L_3, e, 4453) \vdash$

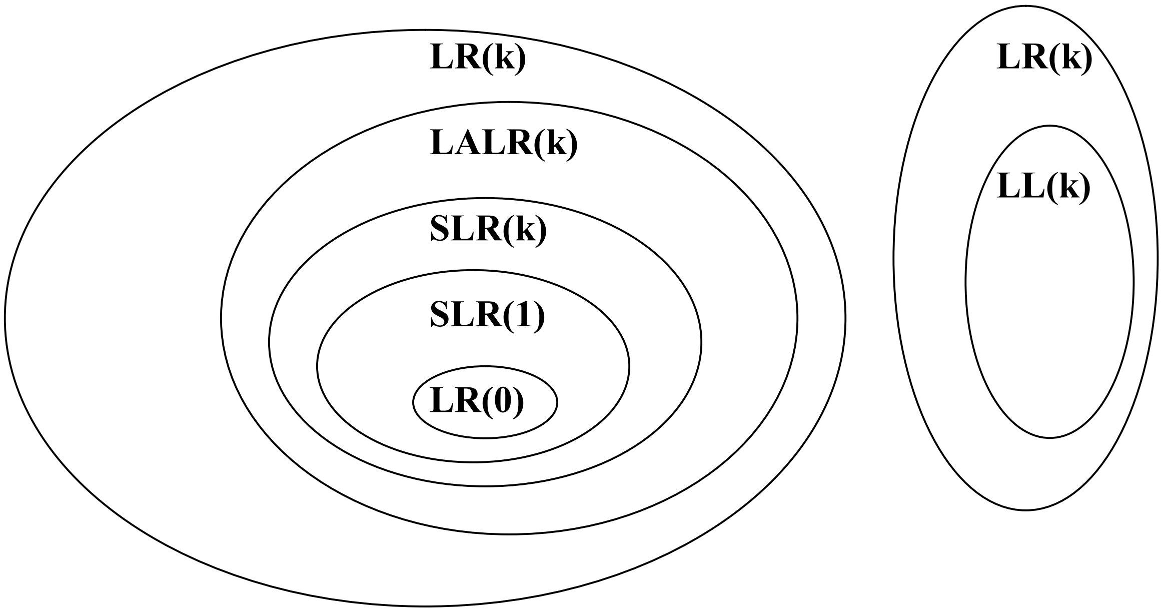
LALR dtto

LR $\vdash (\#L_1= R_3, e, 44535) \vdash (\#S, e, 445351)$

LALR dtto

Shrnutí

Platí:



Každá LR(k) i každá LL(k) gramatika je jednoznačná

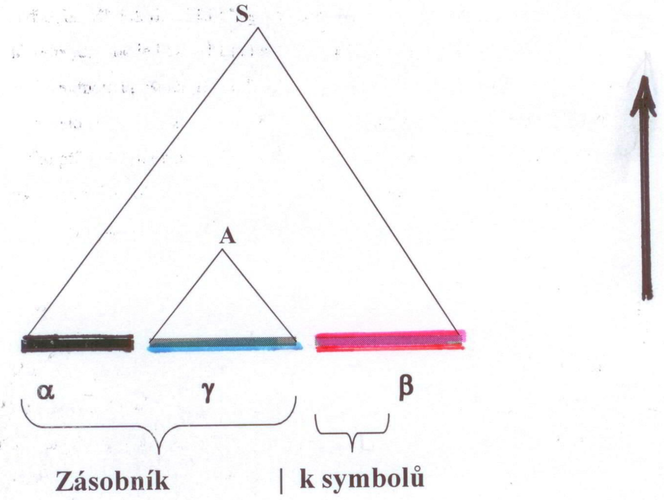
Problém, zda daná gramatika je LR(k) pro zadané k je rozhodnutelný

„ „ „ „ „ „ „ „ libovolné k je nerozhodnutelný

Problém, zda pro jazyk ∃ LR(k) gramatika je nerozhodnutelný

Každou LR(k) gramatiku lze transformovat redukováním FOLLOW na LR(1).

Proč je LR širší třídou než LL?



Kdo má více informace = dohlédne dál